

# はじめに

本書は、筆者が生物系の学部でおこなった講義をもとにまとめてみたものである。

書名は構造力学となっているが、材料力学の初歩的事項を復習しながら、構造力学の問題に入り、トラス、ラーメンおよび半剛節をもつ骨組構造の力学的解析とそれに必要な計算機プログラミングを合わせて勉強する内容となっている。

したがって、この本を丁寧に読んでいただけるならば、上述の範囲で構造力学の基礎を理解し、またパソコンなどによる構造計算ができるようになる、と考えている。

ただ、お断りしなければならないことは計算機の使用言語として、ここでは Excel 環境下の Visual Basic を用いていることである。そのため、プログラムを作成あるいは理解するには、多少とも BASIC や Visual Basic の予備知識が必要である。

よく知られているように、Excel、Visual Basic のもつ機能は実に豊富かつ多様であるが、ここではその中の極々一部を使用しているに過ぎない。したがって、これらの言語に初めての方は、それらの簡単な文法書あるいは解説書(後出 参考文献)を手許におき、必要の都度、参照されることをお願いしたい。また、本文中のプログラムについては、流れ図を一切使用していないが、これは、簡略化された流れ図を見るより、直接、プログラムを読み、行相互の関係を線で結ぶなどして、計算の流れを把握する方が、かえって分かり易いのではないか、と考えたからである。

さて、目次にもある本書の章分けをあげると、次のとおりである。

1. 序章
2. 平面トラスの構造解析
3. 平面ラーメンの構造解析
4. 半剛節平面骨組の構造解析
5. 半剛節立体骨組の構造解析
6. 棒の座屈
7. 半剛節平面骨組の非線形構造解析
8. 平面ラーメンの完全弾塑性構造解析
9. 半剛節平面骨組の弾塑性構造解析
10. 補編

すなわち、序章では、まず各章に共通する棒の引張・圧縮・せん断、構造物の定義や安定の意味、構造解析の目的など、必要最小限のことからを簡単に説明する。次に、2章以下の本論では、各章ごとに章題の示す構造物の力学的な解析法を述べ、ついでその解法にしたがって計算機プログラムを作成し、最後にそのプログラムによる計算例を実行して、その結果を吟味するようになっている。なお、10章の補編はプログラム・その他の参考資料である。

ただし、6章における棒の座屈は、現象を力学的に解析するのみで、他の章とは別扱いとなっているが、構造設計上はこれでも十分役立つと考え、あえて設けたものである。また、序章で省略した棒の曲げとねじりに関しては、それぞれが必要となる3章と5章で触れることにした。なお、5章中の

角棒のねじりについては、誘導なしに単に公式のみをあげるにとどめた。公式の力学的な誘導には、弾性学の学習が必要になると考えたためである。

このように、本書で扱う構造力学の範囲はきわめて限られてたものであるが、他方、従来、必ずしも重視されているとはいえない、部材接合部の変形挙動を考慮に入れた半剛節骨組の構造解析をやや詳しく取り入れることを試みている。このような試みは、筆者の専攻する木質構造分野では、とくに必要かつ有益ではないかと考えるからである。7章の非線形構造解析や8、9章の弾塑性構造解析も、このような考え方の延長線上にあるものとして設けたものである。

なお、書名に付した「生物系のための」の意味は、たまたま筆者が属していた生物系の学部では、建築向けに割り当てられる授業時間は比較的少なく、そのような人たちに手頃であればと願ったまでである。しかし、それとは関係なく、この分野に関心をもたれる若い人や関係方面の方々にも、広く親しんでいただけるならばと思っている。

以上、本書の構成や特色と思われるところを若干述べたが、広くて深い構造力学と計算機プログラミングの両分野を、このような小著の中で扱ったために、不十分なところが多くあるのではないかとおそれている。また、著者の独断や誤りもあるかもしれない。それらの点については、読者諸賢のご寛恕と忌憚のないご批判・ご教示をお願いする次第である。

本書を著すにあたっては、既刊の成書・論文等に多くを依存している。それらの著者に対して、この場をかりて深甚の敬意と謝意を表する。巻末に、とくにお世話になった著作を参考文献として、いくらか掲げさせていただくことにした。なお、掲載したプログラム例は、いずれも Microsoft Excel 2000 を使用したもので、Microsoft Windows XP, 98 の環境下で動作することを確かめている。プログラムの動作確認にご協力いただいた山崎真理子博士(岐阜工業高等専門学校)にお礼申し上げる。

最後に本書の出版を快諾された海青社 代表 宮内 久氏、編集担当の福井将人氏のおふたりには、貴重なご意見と編集に関して多大な骨折りをいただいた。記して厚くお礼申し上げる。

平成 21 年 2 月

竹 村 富 男

# **生物系の構造力学**

**ための 構造解析とExcelプログラミング**

目 次

はじめに .....	1
<b>1. 序 章 .....</b>	<b>11</b>
1.1 棒の引張りと圧縮 .....	11
1.2 棒のせん断 .....	14
1.3 構造物と骨組 .....	16
1.4 構造物の安定 .....	17
1.5 構造解析 .....	18
<b>2. 平面トラスの構造解析 .....</b>	<b>21</b>
2.1 部材の剛性方程式 .....	21
2.2 剛性マトリックスの座標変換 .....	23
2.3 トラスの全体剛性方程式 .....	26
2.4 剛性マトリックス法によるトラスの解法 .....	29
(1) 節点変位と反力の算出 .....	29
(2) 材端力、応力、ひずみの計算 .....	31
2.5 連立一次方程式の数値解法 .....	31
(1) ガウスの消去法 .....	32
(2) 逆マトリックス法 .....	34
(3) ガウス-ザイデル法(反復法) .....	35
2.6 平面トラスの構造解析プログラム(ガウスの消去法) .....	(prog1) .... 37
(1) プログラムの作成方針 .....	37
(2) データの入出力 .....	38
(3) プログラムの作成画面 .....	39
(4) プログラムの概要 .....	40
(5) プログラムリスト .....	(prog1) .... 42
(6) 計算例 1 .....	47
2.7 平面トラスの構造解析プログラム(ガウス-ザイデル法) .....	(prog2) .... 49
(1) プログラムの作成方針 .....	49
(2) プログラムの概要 .....	49
(3) プログラムリスト .....	(prog2) .... 51
(4) 計算例 2 .....	54
2.8 骨組変位図の作図プログラム .....	(prog1f) .... 56
(1) プログラムの作成方針 .....	56
(2) プログラムの概要 .....	57
(3) プログラムリスト .....	(prog1f) .... 60
(4) 実行結果 .....	63
<b>3. 平面ラーメンの構造解析 .....</b>	<b>65</b>
3.1 棒の曲げ .....	65

(1) 棒の曲げにおけるせん断力と曲げモーメント .....	65
(2) 曲げ応力 .....	68
(3) 曲げモーメントによるたわみ .....	71
(4) せん断力による応力とたわみ .....	72
3.2 部材の節点角 .....	74
(1) 材端の曲げモーメントによる節点角 .....	74
(2) 中間荷重による節点角 .....	75
(3) 部材角による節点角 .....	77
3.3 たわみ角法の基本式 .....	77
3.4 部材の剛性方程式 .....	79
3.5 座標変換と部材の剛性方程式 .....	82
3.6 平面ラーメンの構造解析プログラム(ガウスの消去法) .....	(prog3) ... 85
(1) プログラムの作成方針 .....	85
(2) プログラムの概要 .....	85
(3) プログラムリスト .....	(prog3) ... 86
(4) 計算例 3 .....	91
3.7 平面ラーメン応力図の作図プログラム .....	(prog3f) ... 94
(1) プログラムの作成方針 .....	94
(2) プログラムの概要 .....	94
(3) プログラムリスト .....	(prog3f) ... 98
(4) 実行結果 .....	102
<b>4. 半剛節平面骨組の構造解析 .....</b>	<b>105</b>
4.1 部材の平衡条件式 .....	105
4.2 部材の剛体変位 .....	106
4.3 部材の変形とたわみ性マトリックス .....	107
4.4 半剛性節点の変形とたわみ性マトリックス .....	109
4.5 半剛節部材の剛性方程式 .....	110
4.6 半剛節平面骨組の構造解析プログラム(ガウス-ジョルダン法) .....	(prog4) ... 114
(1) プログラムの作成方針 .....	114
(2) プログラムの概要 .....	115
(3) プログラムリスト .....	(prog4) ... 115
(4) 計算例 4 .....	121
(5) 半剛節平面骨組の応力図の作図プログラム .....	(prog4f) ... 124
<b>5. 半剛節立体骨組の構造解析 .....</b>	<b>125</b>
5.1 丸棒のねじり .....	125
5.2 角棒(長方形断面)のねじり .....	128
(1) 等方性体のはあい .....	128
(2) 直交異方性体のはあい .....	130

5.3 部材の平衡方程式 .....	131
5.4 部材の剛体変位 .....	132
5.5 部材の変形とたわみ性マトリックス .....	134
5.6 半剛性節点の変形とたわみ性マトリックス .....	135
5.7 半剛節部材の剛性マトリックス .....	136
5.8 立体剛性マトリックスの座標変換 .....	145
(1) 平面図形の図心 .....	145
(2) 断面二次モーメントと主軸 .....	146
(3) 立体座標の座標変換 .....	149
(4) 剛性マトリックスの座標変換 .....	152
5.9 立体の直投影 .....	154
(1) 直投影図と座標変換 .....	154
(2) 視線の方向と直投影図 .....	155
(3) 等測投影と2軸測投影の例 .....	157
5.10 半剛節立体骨組の構造解析プログラム(逆マトリックス法) .....	(prog5) ... 158
(1) プログラムの作成方針 .....	159
(2) プログラムの概要 .....	159
(3) プログラムリスト .....	(prog5) ... 160
(4) 計算例 5 .....	167
5.11 立体骨組変位図の作図プログラム .....	(prog5f) ... 170
(1) プログラムの作成方針 .....	170
(2) プログラムの概要 .....	170
(3) プログラムリスト .....	(prog5f) ... 171
(4) 実行結果 .....	173
5.12 立体骨組の応力図の作図プログラム .....	(prog5f2, prog5f3) ... 174
(1) プログラムの作成方針 .....	174
(2) プログラム prog5f2(AFD, SFD) の概要 .....	175
(3) プログラムリスト .....	(prog5f2) ... 177
(4) 実行結果 .....	(prog5f2) ... 183
(5) プログラム prog5f3(BMD, TMD) の概要 .....	183
(6) プログラムリスト .....	(prog5f3) ... 184
(7) 実行結果 .....	(prog5f3) ... 190
 6. 棒の座屈 .....	191
6.1 一端固定・他端自由の棒 .....	191
(1) 中心荷重のばあい .....	191
(2) 偏心荷重のばあい .....	194
6.2 両端支持および両端固定の棒 .....	196
(1) 両端支持の棒 .....	197
(2) 両端固定の棒 .....	197

6.3 一端固定・他端支持(回転)の棒 .....	197
6.4 棒の座屈の相互比較 .....	199
<b>7. 半剛節平面骨組の非線形構造解析 .....</b>	<b>201</b>
7.1 材料の非線形挙動 .....	201
(1) 材料の荷重—変形曲線 .....	201
(2) 増分による荷重—変形曲線の近似 .....	202
(3) ニュートン-ラプソン法による荷重—変形曲線の近似 .....	203
(4) 近似値の誤差 .....	205
7.2 半剛節平面骨組の非線形構造解析 .....	207
(1) 非線形解析の前提 .....	207
(2) 線形挙動を示す部材の剛性方程式 .....	207
(3) 増分で用いる部材と骨組全体の剛性方程式 .....	208
(4) ニュートン-ラプソン法による非線形構造解析 .....	209
(5) 接合部の荷重—変形曲線の近似式 .....	212
7.3 半剛節平面骨組の非線形構造解析プログラム(ガウス-ジョルダン法) ..... (prog7) ..	213
(1) プログラムの作成方針 .....	214
(2) プログラムの概要 .....	214
(3) プログラムリスト .....	(prog7) ... 219
(4) 計算例 7 .....	226
<b>8. 平面ラーメンの完全弾塑性構造解析 .....</b>	<b>231</b>
8.1 完全弾塑性の材料と骨組 .....	231
(1) 完全弾塑性材料の応力—ひずみ曲線 .....	231
(2) 完全弾塑性骨組の荷重—変形曲線と崩壊 .....	231
8.2 塑性ヒンジと部材の剛性マトリックス .....	233
(1) 塑性ヒンジ .....	233
(2) 塑性ヒンジをもつ部材の剛性マトリックス .....	234
8.3 増分による完全弾塑性骨組の構造解析 .....	237
(1) 弹性域における増分解析 .....	237
(2) 塑性域における増分解析 .....	238
(3) 崩壊の判定 .....	239
(4) プログラミングに関する 2, 3 の問題 .....	240
8.4 連立一次方程式の解法(コレスキイ法) .....	241
(1) 対称マトリックスの $LU$ 分解(三角分解) .....	241
(2) 連立一次方程式の解法(コレスキイ法) .....	243
(3) 対称な剛性マトリックスの境界条件処理 .....	243
8.5 平面ラーメンの完全弾塑性構造解析プログラム .....	(prog8) ... 244
(1) プログラムの作成方針 .....	244
(2) プログラムの概要 .....	244

(3) プログラムリスト .....	(prog8) ...	247
(4) 計算例 8 .....		255
8.6 完全弾塑性解析の応力・崩壊機構図の作図プログラム .....	(prog8f) ...	258
(1) プログラムの作成方針 .....		258
(2) プログラムの概要 .....		258
(3) プログラムリスト .....	(prog8f) ...	259
(4) 実行結果 .....		264
<b>9. 半剛節平面骨組の弾塑性構造解析 .....</b>		<b>267</b>
9.1 部材の塑性化と骨組崩壊の前提 .....		267
9.2 塑性ヒンジと部材のタイプ .....		267
(1) 部材のタイプ .....		267
(2) 塑性ヒンジの条件と接合剛性係数 .....		268
9.3 塑性ヒンジをもつ部材の剛性マトリックス .....		269
(1) タイプ 0 (両端半剛節) のばあい .....		269
(2) タイプ 1 (左端塑性ヒンジ・右端半剛節) のばあい .....		269
(3) タイプ 2 (左端半剛節・右端塑性ヒンジ) のばあい .....		270
(4) タイプ 3 (両端塑性ヒンジ) のばあい .....		271
9.4 増分による半剛節骨組の弾塑性構造解析 .....		271
(1) 弹性域における増分解析 .....		272
(2) 塑性域における増分解析 .....		272
(3) 崩壊の判定 .....		273
(4) 計算の効率化・その他 .....		273
9.5 半剛節平面骨組の弾塑性造解析プログラム .....	(prog9) ...	274
(1) プログラムの作成方針 .....		274
(2) プログラムの概要 .....		274
(3) プログラムリスト .....	(prog9) ...	275
(4) 計算例 9 .....		283
9.6 半剛節弾塑性解析の応力・崩壊機構図の作図プログラム .....	(prog9f) ...	286
(1) プログラムの作成方針とプログラムリスト .....	(prog9f) ...	286
(2) 実行結果 .....		288
<b>10. 補 編 .....</b>		<b>289</b>
10.1 接合剛性係数の推算(評価) .....		289
(1) 両端節点の接合剛性係数が異なるばあい .....		289
(2) 両端節点の接合剛性係数が等しいばあい .....		291
(3) 計算例 .....		291
10.2 プログラムリスト(補遺) .....		293
(1) 半剛節平面骨組の応力図の作図プログラム .....	(prog4f) (付表 4.2, 4.3) ...	293
(2) 半剛節弾塑性解析の応力・崩壊機構図の作図プログラム .....	(prog9f) ...	299

10.3 補 注 .....	305
(1) クラメール (Cramer) の公式 (p. 32) .....	305
(2) せん断力による、はりのたわみ式 (p. 74) .....	305
<b>参考文献 .....</b>	<b>307</b>
<b>索 引 .....</b>	<b>309</b>

### プログラムリスト：

本書で紹介した以下のプログラムは付属の CD-ROM に収録している。

prog1 平面トラスの構造解析プログラム (消去法) .....	(prog1.xls - Module1) ..... 43
prog2 平面トラスの構造解析プログラム (反復法) .....	(prog2.xls - Module1) ..... 51
prog1f 平面トラス変位図の作図プログラム .....	(prog1f.xls - Module1) ..... 61
prog3 平面ラーメンの構造解析プログラム .....	(prog3.xls - Module1) ..... 86
prog3f 平面ラーメン応力図の作図プログラム .....	(prog3f.xls - Module1) ..... 98
prog4 半剛節平面骨組の構造解析プログラム .....	(prog4.xls - Module1) ..... 116
prog5 半剛節立体骨組の構造解析プログラム .....	(prog5.xls - Module1) ..... 160
prog5f 立体骨組変位図の作図プログラム .....	(prog5f.xls - Module1) .... 171
prog5f2 立体骨組応力図 (AFD, SFD) の作図プログラム .....	(prog5f2.xls - Module1) .. 177
prog5f3 立体骨組応力図 (BMD, TMD) の作図プログラム .....	(prog5f3.xls - Module1) .. 184
prog7 半剛節平面骨組の非線形構造解析プログラム .....	(prog7.xls - Module1) ..... 219
prog8 平面ラーメンの完全弾塑性構造解析プログラム .....	(prog8.xls - Module1) ..... 247
prog8f 完全弾塑性解析の応力・崩壊機構図の作図プログラム ...	(prog8f.xls - Module1) .... 259
prog9 半剛節平面骨組の弾塑性構造解析プログラム .....	(prog9.xls - Module1) ..... 275
prog4f 半剛節平面骨組の応力図の作図プログラム .....	(prog4f.xls - Module1) .... 293
prog9f 半剛節弾塑性解析の応力・崩壊機構図の作図プログラム (prog9f.xls - Module1) ....	299

### Excel 操作の小見出し：

本文にある主な Excel 操作の小見出しをまとめて下に示す。

1. (2) データの入出力 .....	38
2. (3) プログラムの作成画面 .....	39
3. (4) プログラムの概要 .....	40
4. [入力データの確認] .....	41
5. [プログラムの実行と再実行] .....	42
6. [注釈行の設定] .....	42
7. [Sheet の複数利用] .....	42
8. [行ラベル] .....	50
9. [変数の共通領域] .....	40
10. [変数の型宣言] .....	40
11. [変数の宣言を強制する] .....	213

12. [四角形の描き方と属性](マクロの記録) .....	57
13. [出力図形に関する補注](図枠の取り外し、文字挿入) .....	60
14. [コマンドボタンの使い方] .....	96
15. [コマンドボタンの設定法] .....	96
16. [InputBox 関数とその使い方] .....	175
17. [関数プロシージャ](Functionの定義) .....	217
18. [Excel の作図機能(グラフ ウィザード)に関する補注](荷重一変形曲線の描画) .....	229

#### 作図プログラムの中のサブルーチン例：

作図プログラムでよく用いたサブルーチン例をまとめて下に示す。

1. Sub 図枠スケール (prog1f) .....	62
2. Sub 骨組表示 (prog1f) .....	62
3. Sub 変位表示 (prog1f) .....	63
4. Sub 図の消去 (prog1f) .....	63
5. Sub 図域削除 (prog4f) .....	299
6. Sub 応力図 (prog3f : AFD, SFD, BMD 平面図) .....	101
7. Sub 変位図 (prog5f : 立体図) .....	172
8. Sub 応力図 (prog5f2 : AFD, SFD 立体図) .....	180
9. Sub 応力図 (prog5f3 : TMD, BMD 立体図) .....	187
10. Sub 崩壊機構図 (prog8f, prog9f : 平面図) .....	263, 303
11. Sub drawcircle(x, y, r) (prog8f) .....	264

# 1. 序 章

構造解析に入るまえに、材料力学や構造力学で用いられる用語や約束ごとを簡単に説明する。

## 1.1 棒の引張りと圧縮

図 1.1 のように棒の両端を引っ張ると、棒の長さは元の長さ  $l$  より長くなる。棒の伸びを  $\Delta l$ 、引張りの力(force)を  $P$  とすると、 $P$  と  $\Delta l$  のあいだには、ある範囲で、比例関係が成立する。

$$P \propto \Delta l \quad (\text{フックの法則}) \quad (1.1)$$

この関係は物理・天文学者ロバート・フック(Robert Hooke)(1687)によって発見され、しばしば「フックの法則」(Hooke's law)とよばれる。いま、棒の断面積を  $A$  として、上式の両辺を  $A$  でわり、比例定数を  $E$  とおけば、フックの法則は次のようにも表すことができる。

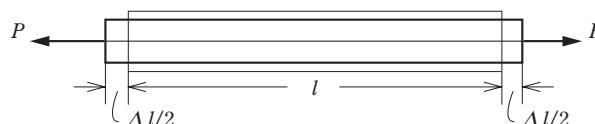
$$\begin{aligned} P/A = \sigma &= E \Delta l/l \\ &= E\varepsilon \end{aligned} \quad (1.2)$$

ここで、 $\sigma (= P/A)$  は単位面積あたりの力を、また  $\varepsilon (= \Delta l/l)$  は単位長さあたりの伸びを表し、それぞれ応力(stress)およびひずみ(strain)と呼ばれる。また、両者の間の比例定数  $E$  はヤング係数(率)、弾性係数(率)(Young's modulus, modulus of elasticity)などと呼ばれる。フックの法則はすべての物体に当てはまるわけではないが、鉄・木材・コンクリート・プラスチック・岩石など多くの固体で、応力とひずみがあまり大きくない範囲で、近似的に成立することが知られている。

フックの法則は引張りのばあいだけでなく、圧縮のばあいにも成立する。ただし、圧縮では変形(deformation)は縮みとなり、その向きは力と共に、引張りのばあいと反対となる。このため、力と変形は引張りでは正、圧縮では負、の値で表す習わしとなっている。

このように、棒は力を受けると変形するが、フックの法則はまた力と変形が一対一に対応し、外からの一定の力に対して、棒は一定の伸びまたは縮みを生じて静止することを意味している。このとき、棒は平衡の状態にあるという。

しかし、棒の中の状態は力を受ける前と後では相異する。その様子を調べるために、力を受け平衡



$P$ :引張りの力,  $A$ :棒の横断面積

$\Delta l$ :棒の伸び,  $l$ :棒の元の長さ

図 1.1 引張りによる棒の変形(伸び)

このプレビューでは表示されない頁があります。

## 2. 平面トラスの構造解析

構造物のモデルとして最も簡単なものは平面トラス(plane truss)である。ここでは、マトリックス法を用いて、トラスの構造解析を行う。その手順は、まず部材の剛性方程式を作成、次いでこれを集積してトラス全体の剛性方程式をたて、これを変位について解き、さらに変位から節点や支点に働く力、部材の変形、ひずみ・応力を求めることがある。また、それに伴う構造解析プログラムの作成と計算例および骨組変位図を例示する。

### 2.1 部材の剛性方程式

前章では、長さ  $l$ 、断面一様な真直棒が、軸方向の引張力をうけると変形して、伸びまたは縮み  $\Delta l$  を生ずることをみた。このとき、変形量  $\Delta l$  はフックの法則(1.1)を用いて、次のように示すことができる。

$$\sigma = P/A = E \varepsilon = E\Delta l/l \quad (1.1)$$

$$\therefore \Delta l = Pl/(EA) = P/(EA/l) \quad (2.1)$$

ここで右辺の  $l/EA$  を柔性(flexibility)という。柔性  $l/EA$  は、上式から明らかなように、その値が大きいほど部材は変形しやすく、反対に小さいほど変形しにくい。したがって、柔性的逆数  $EA/l$  は、その値が大きくなるほど、逆に部材は変形し難いことになる。この意味で、柔性的逆数  $EA/l$  を剛性(stiffness)という。なお、単に  $EA$  を剛性ということもある。

以下、構造物に作用する外力や重力などの力を慣例により荷重(load)とよぶ。先に用いた荷重もこの意味である。

トラスの節点はモーメントに抵抗しえないので、節点に荷重が作用しても、部材には軸方向の引張または圧縮力、すなわち軸方向力(軸力)(axial force)のみが作用することになる。そこで、ここでは次の前提をもうけることにする。

**前提：**トラスの荷重は節点のみに負荷し、節点間には負荷しない

この前提はもちろん便宜的なものであり、一般には、部材は節点間でも荷重をうける。そのばあい、負荷される荷重は部材両端の節点に配分するなどの方策がとられるが、本書では計算簡易化のため、この前提をおくことにする。

このようにして、トラスは荷重をうけて変形し、拘束を受けない節点は変位する。その様子を見るために、トラスの中の任意の一部材を選び、その変形と部材両端の変位、言い換えれば座標の変化との関係を考察する。そのばあい、座標に関して 2 種類の座標系を用いると便利である。**図 2.1(a) (b)** は両座標系を例示したものである。

**図 2.1(a)** の直角座標系 OXY は、トラス全体を表すための座標系で、これを全体座標系(overall coordinate system)あるいは絶対座標系(global coordinate system)という。これに対して、**図 2.1(b)** に

このプレビューでは表示されない頁があります。

### 3. 平面ラーメンの構造解析

平面内にあるラーメンを平面ラーメン(平面骨組, plane frame(rahmen))という。ラーメンはトラスと違い、節点がモーメントに抵抗する。したがって、部材は軸力・せん断力・モーメントの3作用を受け、また外的には多かれ少なかれ、曲げが認められる。ここでは、はじめにモーメントが部材にもたらす応力や変形について述べ、またせん断力の作用効果を明らかにする。次いで、部材の剛性方程式とラーメンの全体剛性方程式を導き、後者を剛性マトリックス法で解き、ラーメンの変形、反力、材端力などの算出について述べる。他方、構造解析に必要な構造解析プログラムと応力図(断面力図) (stress diagram)を描くためのプログラムを作成し、両プログラムの実行結果を計算例により確かめることにする。

#### 3.1 棒の曲げ

棒が長軸に対して横方向の荷重を受けるとき、棒は一般に「はり」とよばれることを述べたが、はりはモーメントとせん断力のために曲げの変形と応力を生ずる。ここでは、この変形と応力に関する公式をそれぞれ導くこととする。

##### (1) 棒の曲げにおけるせん断力と曲げモーメント

棒がせん断力を受けて曲げを生ずることは、1.2節で述べたが、このとき棒の断面Xには、せん断力とともにモーメントが作用している。図3.1はこのことを見るための模式図で、図中の直線ABは断面が一様なはりを表す。このはりは、支点A,Bで支えられ、かつ支点間の1点Cで下向きの鉛直荷重Pをうける。このとき、はりは鉛直下方にたわみ、いわゆる曲げを生ずる。その様子をx,y座標を用いて表すために、図のように支点Aを原点とするx,y軸を定め、また両軸の正の向きを、それ水平右向きと鉛直下向きとする。

図では、断面Xは支点Aから距離 $x (> 0)$ の位置にあり、また荷重点Cは $x = a$ の位置にある。支点A,B間の距離 $l$ は一般にスパン(span)と呼ばれる。荷重点Cから支点Bまでの距離を $b$ とすれば、明らかに $b = (l - a)$ である。

いま、はりABは平衡の状態にあるとして、はりに作用する鉛直方向の力のつり合いを考えると、

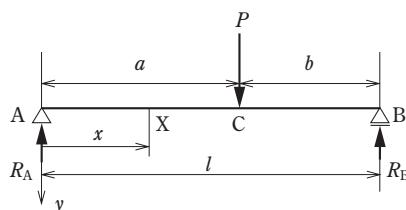


図3.1 荷重を受けるはり

このプレビューでは表示されない頁があります。

## 4. 半剛節平面骨組の構造解析

節点が滑節と剛節の中間的なものを半剛節(semi-rigid joint)という。以下では、そのような節点をもつ骨組を半剛節骨組(semi-rigid jointed frame)とよぶ。半剛節骨組の構造解析は、ラーメンのばいに準じた方法で行えばよいのであるが、部材の剛性マトリックスは半剛節の性質を組み入れた新しいものになる。その誘導は、前章で用いたたわみ角法によらず、平衡法とよばれる別の方法によるところにする。その方が剛性マトリックス要素の算定が容易で、力学的な意味も明快と考えたからである。

### 4.1 部材の平衡条件式<sup>12)</sup>

半剛節は、剛節のように固くないが、軸力・せん断力・曲げモーメントのいずれに対しても抗しうる節点のことである。また、上述の平衡法は、材端の2節点間に働く力のつり合い関係を基に組み立てられる構造解析の1手法である。

図4.1は平衡法の基になる力のつり合いを説明するための模式図である。図中の太線は部材 $l$ を表し、その材端1, 2には材端力、すなわち軸力 $P_x$ 、せん断力 $P_y$ 、曲げモーメント $M$ の3力が作用するものとする。ただし、それらの力には、材端1, 2を区別する添字1, 2が付されている。

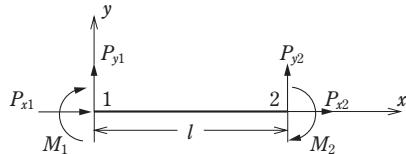


図4.1 部材における材端力のつり合い

このように、部材 $l$ は両端に材端力を受けるが、いま、平衡の状態にあるとすれば、部材は仮に剛体とみなしても差し支えないであろう。また、材端1, 2に作用する材端力をそれぞれ $\{P_1\}$ ,  $\{P_2\}$ で表すことにすれば、それらはそれぞれ次式のようにおくことができる。

$$\{P_1\} = [P_{x1} \ P_{y1} \ M_1]^t, \quad \{P_2\} = [P_{x2} \ P_{y2} \ M_2]^t \quad (4.1)$$

また、部材は平衡の状態にあるから、材端力 $\{P_1\}$ ,  $\{P_2\}$ の間には、明らかに次式が成立する。

$$\{P_1\} + \{P_2\} = 0$$

あるいは

$$\left. \begin{aligned} P_{x1} + P_{x2} &= 0 \\ P_{y1} + P_{y2} &= 0 \\ M_1 - lP_{y2} + M_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

このプレビューでは表示されない頁があります。

## 5. 半剛節立体骨組の構造解析

立体骨組(space frame, solid rahmen)はその名のとおり、三次元の広がりをもつので、これまでの二次元と異なり、新たに次の諸点を考慮する必要がある。

- ① 座標系が平面座標系から立体座標系に移る
- ② 平面の部材剛性マトリックスを拡張して立体の剛性マトリックスにする
- ③ その際、部材に加わるねじりモーメントの効果を反映させる
- ④ 骨組等の図形表示を立体化する

これらの中、②の立体剛性マトリックスでは、平面のはあいと同様、節点の半剛性をも含めた取り扱いとする。したがって、ここで扱う骨組は半剛節立体骨組(space semi-rigid jointed frame)となる。また、④の図形表示では、なじみの深い直投影(right projection)を用いることとする。

### 5.1 丸棒のねじり

平面骨組では、骨組とともにこれに作用する外力も、同一平面内にあることを前提とするが、立体骨組ではこの前提は必ずしも成立せず、外力は一般には任意の方向から作用することになる。例えば、図 5.1 では外力モーメント  $M$  が部材 AB に作用するが、 $M$  の方向は部材の長軸に合致せず、長軸に平行な成分  $M_x$  のほかに、これと直交する 2 成分  $M_y, M_z$  をもつ。

このはあい、部材は、 $M_x$  により長軸を軸とするねじり(torsion, twist)をうけ、また  $M_y, M_z$  により、それぞれ  $y$  軸、 $z$  軸回りの曲げを受ける。モーメント  $M_x$  はねじりを与えるので、ねじりモーメント(torsional moment, torque)とよび、曲げモーメント  $M_y, M_z$  と区別する。棒のねじりによる変形や応力の様子を厳密に知ることは意外に難しく、その詳細は専門書によらなければならない。ここでは、取り扱いが簡単な等方性丸棒のねじりについて述べる。

いま、図 5.2 に示すような中実丸棒(solid circular shaft)があるとし、その長さを  $l$ 、半径を  $r$  とする。また、棒の一端は固定され、他端の自由端には、ねじりモーメント  $T$  が加えられているとする。

このとき、棒の固定端には、ねじりモーメント  $T$  に対抗する逆向きのねじりモーメント  $T' = -T$  が生ずる。また、棒の先端では、外表面円周上の任意の点 B が、棒の中心軸  $x$  軸の周りに回転し、円

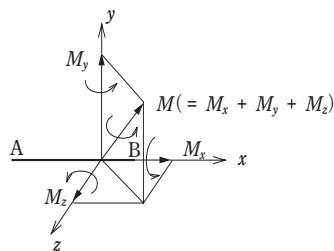


図 5.1 部材 AB に作用する外力モーメント  $M$  とその成分

このプレビューでは表示されない頁があります。

## 6. 棒の座屈<sup>4, 5, 33)</sup>

棒が長軸方向の圧縮荷重をうけるとき、棒は柱(column)とよばれる。柱は圧縮荷重によって縮むだけでなく、しばしば横方向に大きなたわみを生ずることがある。この現象を柱の座屈(buckling)という。トラスをはじめすべての構造物では、座屈が起きないようにしなければならない。前章まででは、座屈について触れなかったので、この章では、座屈の弾性論的な解析法と解釈について簡単に述べる。

### 6.1 一端固定・他端自由の棒

#### (1) 中心荷重のばあい

図 6.1(a)のように、断面が一様な棒の下端を固定端、上端を自由端として、棒の回心軸に圧縮荷重(中心荷重) $P$ を加える。このとき、棒は僅かに側方にたわんで安定し、たわみの大きさは自由端で $\delta$ であったとする。

いま、棒が下端から距離 $x$ の断面で受ける曲げモーメントを $M$ とすれば、

$$M = -P(\delta - y) \quad (6.1)$$

であるが、曲げモーメントとたわみ曲線との関係式から、棒のたわみ $y$ に関して次の微分方程式がえられる。

$$EI_z \frac{d^2y}{dx^2} = -M = P(\delta - y)$$

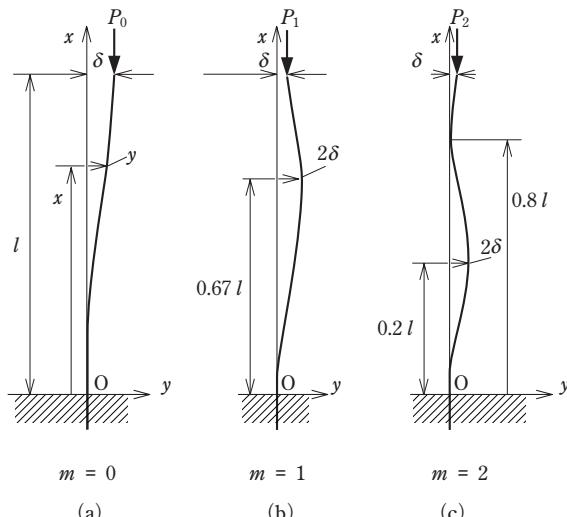


図 6.1 上端自由・下端固定の棒の座屈モード

このプレビューでは表示されない頁があります。

## 7. 半剛節平面骨組の非線形構造解析

これまで扱ってきた構造解析の範囲では、座屈のはあいを除き、力と変形の関係は、いつでも比例関係にあるとしてきた。この直線関係はしばしば線形(linear)と呼ばれるが、力と変形が大きくなると、直線関係は徐々に成立しなくなる。このはあいの関係を非線形(nonlinear)という。

非線形の要因は、ふつう材料非線形性(material nonlinearity)と、幾何学的非線形性(geometrical nonlinearity)に大別される<sup>9)</sup>。材料非線形性は材料自身が示すもので、その力学的挙動が線形領域と非線形領域とからなるはあいである。これに対して、幾何学的非線形性は、小変形では無視されていた幾何学的な条件変化、例えば節点位置の変化に伴うつり合い条件の変化などが要因となって生ずる。本章では、材料非線形性に起因する骨組の非線形構造解析の一手法について述べる。そのはあい、非線形領域は多くの小領域に細分され、かつ各小領域内ではこれまでの線形解析の手法が適用できるとしている。また、材料の非線形性は骨組接合部の非線形な挙動に由来するものとしている。なお、この章に続く8, 9章では、同じ非線形の問題を弾塑性構造解析の観点から取り上げる。

### 7.1 材料の非線形挙動

#### (1) 材料の荷重一変形曲線

材料の荷重一変形曲線(load-deformation curve)は、材料の種類や環境条件などによって多種多様であるが、それらに応じて曲線の表示式も、直線式、放物線式、指數関数式、高次多項式など、多くのものがある。一方、構造物における部材と部材の接合部は、それ自身複雑な構造をもち、そのような構造をもたない通常の材料とは明らかに異なる。したがって、部材接合部の描く荷重一変形曲線はおのずと材料のものと相違するが、それでも拘わらず、それらは多種多様な材料の曲線のいずれかのタイプと類似することが多い。

例えば、在来工法における木造軸組の接合部は、部材相互の緊結度に広い幅があり、堅いものから緩いものまで変化にとむ。したがって、そのような接合部の荷重一変形曲線の性状を一つにまとめることは困難といわねばならないが、ここでは簡単に、曲線は概して初期直線部が少なく、全体として緩やかな曲線を描くものと仮定する。

図7.1は木造軸組のT字型仕口接合部の荷重(モーメント)一変形(回転角)曲線を模式的に描いたものである。この曲線は全体として上に凸であるが、初期部分は十分直線で近似することができる。初期直線部をすぎると、曲線は荷重の増加とともにそのこう配を次第に減少し、反対に変位は急速に増大し、ついには曲線のこう配は零となり、荷重は最大値に達する。初期直線部を離れてから、最大荷重点に至るまでの曲線部分を通常、降伏部という。このはあい、初期直線部と降伏部との境界点を降伏点(yield point)というが、降伏点は、図のように、必ずしも明瞭でないことが多い。降伏部よりも部分は、ゆるやかに下降し、破壊または終端に至る。

一般に荷重一変形曲線は上例のように幾つかの異なる部分からなり、それらの部分では、それぞれ

このプレビューでは表示されない頁があります。

## 8. 平面ラーメンの完全弾塑性構造解析

前章では、構造物の力学的挙動が線形挙動に近い非線形挙動であることを前提に解析を行ったが、構造物が大きな変形を起こし、ついには破壊に至るようなばあいには、この非線形の前提是成立しなくなる。そこで、これに代わるものとして、構造物の変形挙動を2分し、負荷開始から降伏点までの弾性挙動と降伏点以後の塑性挙動とからなる、比較的単純な挙動を考えることができる。このような挙動を弾塑性挙動(elastoplastic behavior)といい、その解析を一般に弾塑性解析(elastoplastic analysis)という。ここでは、前章に続くものとして、骨組がその接合部で弾塑的挙動を示すばあいの構造解析を取り扱うこととする。

### 8.1 完全弾塑性の材料と骨組<sup>14)</sup>

#### (1) 完全弾塑性材料の応力ーひずみ曲線

図8.1にみられるような応力ーひずみ曲線(stress-strain curve)を描く材料を完全弾塑性材料(elastic-perfectly plastic material)という。このとき、曲線は立ち上がり部の直線部分OAとそれに続く水平な直線部分ABとからなる。直線部分OA, ABはそれぞれ材料の弾性域(elastic region)、塑性域(plastic region)を表し、両域の境となる点Aを前同様、降伏点、その点の応力 $\sigma_y$ を降伏応力(yield stress)という。図から明らかなように、塑性部分ABでは、応力はもはや増加せず一定で、ひずみのみが増加する。材料のこの状態を塑性状態、このとき生じている流動を塑性流れ(plastic flow)あるいは塑性流動という。

#### (2) 完全弾塑性骨組の荷重ー変形曲線と崩壊

いま、接合部を含めて骨組がすべて完全弾塑性材料からなるものとして、この骨組を完全弾塑性骨組(elastoplastic frame)と呼ぶことにする。この骨組に外力(荷重)が作用するときの変形挙動を考える

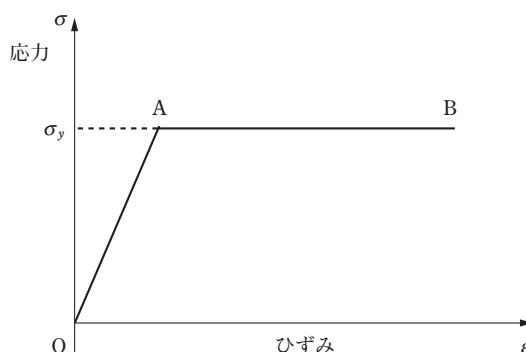


図 8.1 完全弾塑性材料の応力-ひずみ曲線

このプレビューでは表示されない頁があります。

## 9. 半剛節平面骨組の弾塑性構造解析

前章では、剛節骨組の節点が順次塑性化して、遂には崩壊に至る過程を扱ったが、この章では、剛節の代わりに半剛節が塑性化をおこして、遂に骨組が崩壊するばあいを扱う。このばあいの解析を前章と区別して、半剛節骨組の弾塑性構造解析と呼ぶことにする。

### 9.1 部材の塑性化と骨組崩壊の前提

半剛節の節点は、塑性化しなくとも力を受ければ変形する。剛節は塑性化しなければ変形することはない。このように、節点が半剛節と剛節では、力学的挙動の上で大きな差異がある。しかし、塑性化した後の半剛節の挙動は、前章で述べた塑性ヒンジと同様であろう。ここでは、このような前提の下に、半剛節骨組の弾塑性構造解析を行う。その際、部材の塑性化は、簡単のため、曲げモーメントのみによって引き起こされ、また塑性ヒンジは材端(節点)に生ずるものとする。したがって、荷重は節点のみに作用し、中間荷重は存在しないものとする。これらの仮定は、前章と同様である。

### 9.2 塑性ヒンジと部材のタイプ

部材(節点)の塑性化が曲げモーメント  $M$  のみによって引き起こされるとすれば、そのときの曲げモーメント  $M$  は、前出のように次のとおりである。

$$M = M_p = fM_y \quad (9.1)$$

( $M_p$ : 全塑性モーメント、 $M_y$ : 降伏モーメント、 $f$ : 形状係数)

部材が塑性化して塑性ヒンジを生ずれば、部材の力学的挙動は変化し、それに伴い剛性マトリックス  $K$  も変化する。この変化は塑性ヒンジの有無、位置、および部材塑性化の条件によって異なる。そこで、これらのことについて次に検討する。

#### (1) 部材のタイプ

ここでも、部材のタイプを塑性ヒンジの有無とその位置によって、次の 4 タイプに分ける。

- |   |          |
|---|----------|
| タイプ 0(○—○) : 両端が半剛節(二重丸)<br>タイプ 1(○—○) : 左端が塑性ヒンジ(白丸)<br>タイプ 2(○—○) : 右端が塑性ヒンジ<br>タイプ 3(○—○) : 両端が塑性ヒンジ | }<br>(H) |
|---|----------|

このタイプ分けは前章と同じであるが、半剛節の記号として、新たに二重白丸○を用いている。また、ここで白丸○は、半剛節から移行した塑性ヒンジを表す。

このプレビューでは表示されない頁があります。

# 10. 補 編

## 10.1 接合剛性係数の推算(評価)

これまで本書では、半剛節の接合剛性係数はすべて既知としてきたが、実際にその値を知りたいと思うときにはないことが多い。節点あるいは接合部に関する実験や研究は決して少ないのでないが、使用したい形で整理されていないのが現状である。そこで、この点を少しでも補うために、ここでは接合剛性係数の値を簡単に推定あるいは試算する方法について述べる。

### (1)両端節点の接合剛性係数が異なるばあい

はじめに、半剛節が力と変形に関して線形挙動をするものとして、接合剛性係数が取りうる数値の範囲を明確にし、それに基づき接合剛性係数の値を求める方法を考察する。

すでに見たように、半剛節平面骨組における部材の剛性マトリックス  $K$  の要素は、剛節時の部材の剛性マトリックス  $(r_{ij})$  の要素  $r_{ij}$  に、半剛節に由来する因子  $c_{ij}$  を掛けたものである。

$$K = (k_{ij}) = (r_{ij} \cdot c_{ij}) \quad (10.1) \quad (5.68)$$

ここで、因子  $c_{ij}$  は、節点の接合剛性係数だけでなく、部材の長さ  $l$ , 断面積  $A$ , ヤング率  $E$ , および断面二次モーメント  $I$  にも依存する。したがって、接合剛性係数が因子  $c_{ij}$  に関与する形はかなり複雑である。いま、部材端(節点)の接合剛性係数を  $k_{xi}, k_{yi}, k_{mi}$  ( $i = 1, 2$ )のように表すと、これらと因子  $c_{ij}$  との関係は、前出のように次のとおりである。

$$(c_{ij}) = \begin{bmatrix} R_1 & & & & \\ 0 & R \cdot R_4 & & & \text{Sym.} \\ 0 & R \cdot R_6 & R \cdot R_5 & & \\ R_1 & 0 & 0 & R_1 & \\ 0 & R \cdot R_4 & R \cdot R_6 & 0 & R \cdot R_4 \\ 0 & R \cdot R_3 & R \cdot R_7 & 0 & R \cdot R_3 & R \cdot R_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 & & & & \\ 0 & q_2 & & & \text{Sym.} \\ 0 & q_3 & q_4 & & \\ q_1 & 0 & 0 & q_1 & \\ 0 & q_2 & q_3 & 0 & q_2 \\ 0 & q_5 & q_6 & 0 & q_5 & q_7 \end{bmatrix} \quad (10.2) \quad (9.3)$$

$$\left. \begin{array}{ll} R_1 = \{1 + (1/k_{x1} + 1/k_{x2})EA/l\}^{-1}, & q_1 = R_1 = c_{11} = c_{41} = c_{44} \\ R_2 = 1 + (1/k_{y1} + 1/k_{y2} + l^2/k_{m1})3EI/l^3, & q_7 = RR_2 = c_{66} \\ R_3 = 1 + (1/k_{m1})2EI/l, & q_5 = RR_3 = c_{62} = c_{65} \\ R_4 = 1 + (1/k_{m1} + 1/k_{m2})EI/l, & q_2 = RR_4 = c_{22} = c_{52} = c_{55} \\ R_5 = 3R_4 - 3R_3 + R_2, & q_4 = RR_5 = c_{33} \\ R_6 = 2R_4 - R_3, & q_3 = RR_6 = c_{32} = c_{53} \\ R_7 = 3R_3 - 2R_2, & q_6 = RR_7 = c_{63} \\ R = \{4R_2R_4 - 3R_3^2\}^{-1} & \end{array} \right\} \quad (10.3) \quad (9.4)$$

一方、接合剛性係数  $k_{xi}, k_{yi}, k_{mi}$  自身は、節点の荷重および変形ベクトル  $p, d$  間の比例定数である。

このプレビューでは表示されない頁があります。

# 索引

## INDEX (A~Z)

angle of torsion ..... 126  
 angle of torsion per unit length ..... 127  
 anisotropic body ..... 128  
 area moment method ..... 76  
 assessment of coe. of joint stiffness ..... 109  
 augmented matrix ..... 32  
 axial force ..... 21  
 axial force diagram, AFD ..... 92  
 axonometric projection ..... 157  
 backward substitution (reduction) ..... 33  
 beam ..... 15  
 bending moment ..... 67  
 bending moment diagram, BMD ..... 67  
 bending of a bar ..... 67  
 bending stress ..... 68  
 Bernoulli-Euler's assumption ..... 68  
 bifurcation load ..... 193  
 bifurcation mode ..... 193  
 bifurcation point ..... 193  
 boot ..... 37  
 boundary condition ..... 31  
 buckling ..... 191  
 buckling (column) curve ..... 200  
 buckling load ..... 193  
 buckling stress (strength) ..... 194  
 cantilever ..... 107  
 centroid ..... 69  
 Cholesky method ..... 241, 243  
 chord angle ..... 150  
 coefficient of fixity, flexibility coefficient ..... 199  
 coefficient of joint stiffness ..... 109  
 cofactor ..... 305  
 collapse ..... 232  
 collapse load ..... 232  
 collapse mechanism ..... 232  
 collapse mechanism diagram, CMD ..... 244, 282  
 column ..... 191

column (buckling) curve ..... 200  
 CommandButton ..... 94  
 common region ..... 40  
 compatibility condition ..... 28  
 compression side ..... 68  
 conjugate shearing stress ..... 14  
 coordinate transformation ..... 23  
 couple ..... 14  
 Cramer's formula (rule) ..... 32, 305  
 curvature ..... 72  
 declaration ..... 39, 213  
 deflection ..... 71  
 deflection curve ..... 71  
 deformation ..... 11  
 diagonal element ..... 241  
 diagonal matrix ..... 109  
 dimetric projection ..... 157  
 direction cosine ..... 26  
 displacement ..... 22  
 displacement vector ..... 23  
 Double ..... 40  
 eccentric load ..... 194  
 effective slenderness ratio ..... 199  
 elastic-perfectly plastic material ..... 231  
 elastic region ..... 231  
 elastoplastic behavior ..... 231  
 elastoplastic frame ..... 231  
 elastoplastic (elastic-plastic) analysis ..... 231  
 End ..... 42  
 end forces, member end force ..... 27  
 end moment ..... 77  
 equilibrium equations ..... 106  
 equilibrium matrix ..... 106  
 equilibrium method ..... 194  
 Excel ..... 37  
 Excel VBA ..... 37  
 execution ..... 40  
 extension ..... 156  
 external force ..... 12

externally stable .....	18	load vector .....	22
extreme fiber stress .....	70	local (member) coordinate system .....	22
fixed beam .....	78	local variables .....	43, 86
fixed end .....	17	longitudinal strain .....	14
flexibility .....	21	lower triangular matrix .....	242
flexibility matrix .....	108	<i>LU</i> -factorization (decomposition) .....	241
flexibility method .....	21	main program .....	40
flexural rigidity .....	70	material nonlinearity .....	201
force .....	11	matrix .....	18
forward substitution (elimination) .....	33	matrix method .....	18
frame .....	17	member .....	16
frame structure .....	16	member (local) coordinates .....	22
fully plastic moment .....	233	modulus of elasticity .....	11
Gauss elimination .....	32	modulus of rigidity, shear modulus .....	15
Gauss-Jordan method .....	33	Mohr's circle for inertia .....	149
Gauss-Seidel method .....	35, 36	moment .....	14
geometrical moment of area .....	69	moment of area .....	69, 76
geometrical moment of inertia .....	70	movable support, roller end .....	17
geometrical nonlinearity .....	201	neutral axis .....	68
global coordinate system .....	21	Newton-Raphson method .....	204
global variables .....	43, 86	nodal displacement .....	23
hinged joint, pin, hinge, pin support .....	17	nodal load .....	23
hollow circular shaft .....	127	node .....	16
Hooke's law .....	11	nominal stress .....	12
imperfection method .....	194	nonlinear .....	201
increment .....	203	normal force, vertical force .....	13
increment analysis .....	203	normal stress .....	13
inflection point .....	91	Option Explicit .....	39, 214
inner force .....	12	orthotropic body .....	128
InputBox .....	175	overall coordinate system .....	21
internally stable .....	18	overall (total) stiffness equation .....	28
inverse matrix .....	24	overall (total) stiffness matrix .....	28
isometric projection .....	157	pin joint .....	16
isotropic body .....	128	pivot .....	33
iteration (iterative method) .....	35, 36	plane frame (rahmen) .....	65
Jacobi method .....	36	plane truss .....	21
joint translation angle, slope angle .....	75	plastic flow .....	231
joint, connection .....	16	plastic hinge .....	233
lateral strain .....	14	plastic region .....	231
linear .....	201	plastic section modulus .....	233
load .....	15, 21	point of inflection .....	91
load-deformation curve .....	201	Poisson's ratio .....	14
load-displacement curve .....	123	polar moment of inertia of area .....	127
		principal axis .....	148
		principal axis of inertia .....	148
		principal moment of inertia of area .....	148

product of inertia of area .....	147	stress strain curve .....	231
program .....	37	strucrure, construction .....	16
reaction .....	15	structural analysis .....	18
radius of curvature .....	69	structural analysis of elastoplastic frames .....	233
radius of gyration of area .....	194	structural design .....	18
rahmen .....	17	structural mechanics .....	16
reduced length, effective length .....	199	subprogram .....	40
regular .....	29	subroutine .....	40
right projection .....	125, 154	successive approximation .....	211
rigid joint .....	16	successive correction .....	211
rigidity .....	21	support .....	17
section .....	12	sweep-out method .....	33
section force .....	12	symmetric matrix .....	26
section modulus .....	70	tension side .....	68
semi-rigid joint .....	105	torque .....	14
semi-rigid jointed frame .....	105	torsion, twist .....	125
shape factor .....	233	torsional constant .....	129
shear .....	13	torsional moment, torque .....	125
shearing force .....	13	torsional moment diagram, TMD .....	174
shearing force diagram, SFD .....	67	torsional rigidity .....	128
shearing strain .....	15	torsional section modulus .....	128
shearing stress .....	13	transformation matrix .....	23
sign conventions .....	77, 131	transposed matrix .....	24
simple beam .....	67	triangular matrix .....	241
Single .....	40	trimetric projection .....	157
singular .....	29	truss .....	17
slenderness ratio .....	194	unit matrix .....	24
slope .....	74	unstable .....	18
slope, deflection angle .....	71	upper triangular matrix .....	242
slope-deflection method .....	78	variable .....	43
solid circular shaft .....	125	Variant .....	40
space frame, solid rahmen .....	125	virtual load .....	76
space semi-rigid jointed frame .....	125	warping .....	128
span .....	65	yield moment .....	233
specific angle of torsion .....	127	yield point .....	201, 231
stable .....	17	yield stress .....	231
statically determinate .....	18	Young's modulus .....	11
statically determinate structure .....	18		
statically indeterminate .....	18		
statically indeterminate structure .....	18		
stiffness equation .....	22		
stiffness factor .....	78		
stiffness matrix .....	23		
stiffness method, displacement method .....	29		
Stop .....	42		
stress .....	11		
stress diagram .....	65		
		ア 行	
		圧縮側 compression side .....	68
		安定な stable .....	17
		外的— externally stable .....	18
		内的— internally stable .....	18

一時停止 Stop .....	42
移動支点 movable support, roller end .....	17
異方性体 anisotropic body .....	128
引張側 tension side .....	68
インプットボックス InputBox(関数) .....	175
 エクセル Excel .....	
エクセルの起動(立ち上げ) boot .....	37
Excel VBA .....	37
LU-分解 LU-factorization(decomposition) .....	241
縁応力 extreme fiber stress .....	70
 Option Explicit .....	
応力 stress .....	11
応力図(断面力図) stress diagram .....	65
応力ひずみ曲線 stress-strain curve .....	231
 力 行	
外力 external force .....	12
ガウスの消去法 Gauss elimination .....	32
—ザイデル法 Gauss-Seidel method .....	35, 36
—ジョルダン法 Gauss-Jordan method .....	33
拡大マトリックス(拡大行列) augmented matrix .....	32
角棒のねじり torsion of a rectangular bar .....	128
架構 frame .....	16
仮想荷重 virtual load .....	76
荷重 load .....	15, 21
—ベクトル load vector .....	22
—変位曲線 load-displacement curve .....	123
—変形曲線 load-deformation curve .....	201
片持ちはり cantilever .....	107
滑節 pin joint .....	16
慣性主軸 principal axis of inertia .....	148
完全弾塑性骨組 elastoplastic frame .....	231
 幾何学的非線形 geometrical nonlinearity .....	
規約(正負の) sign conventions .....	79, 131
境界条件 boundary condition .....	31
局所座標系 local (member) coordinate system .....	22
曲率 curvature .....	72
—半径 radius of curvature .....	69
共役せん断応力 conjugate shearing stress .....	14
逆マトリックス inverse matrix .....	24
逆マトリックス法 .....	34
 クラメールの公式 Cramer's formula(rule) .....	
グローバル変数 global variables .....	43, 86
偶力(トルク) couple(torque) .....	14
計算の効率化 .....	235

計算終了 End .....	42
形状係数 shape factor .....	233
 構造 strucrure, construction .....	
—解析 structural analysis .....	18
—設計 structural design .....	18
—力学 structural mechanics .....	16
公称応力 nominal stress .....	13
後進法(後退代入) backward substitution(reduction) .....	33
コードアングル chord angle .....	150
剛性 rigidity .....	21
—法 stiffness method (変位法 displacement method) .....	29
—方程式 stiffness equation .....	22
—マトリックス stiffness matrix .....	23
剛節 rigid joint .....	16
剛度 stiffness factor .....	78
固定支点 fixed end .....	17
固定はり fixed beam .....	78
降伏応力 yield stress .....	231
—点 yield point .....	201, 231
—モーメント yield moment .....	233
コマンドボタン CommandButton .....	94
コレスキーカ Cholesky method .....	241, 243
 サ 行	
サブプログラム subprogram .....	40
サブルーチン subroutine .....	40
材端モーメント end moment .....	77
材端力 end forces .....	27
材料非線形 material nonlinearity .....	201
座屈 buckling .....	191
—応力(強さ) buckling stress (strength) .....	194
—荷重 buckling load .....	193
—曲線 buckling(column) curve .....	200
座標変換 coordinate transformation .....	23
—マトリックス transformation matrix .....	23
三角マトリックス triangular matrix .....	241
上一 upper triangular matrix .....	242
下一 lower triangular matrix .....	242
3軸測投影 trimetric projection .....	157
 軸方向力(軸力) axial force .....	
支点 support .....	17
主断面二次モーメント principal moment of inertia of area .....	148
主軸 principal axis .....	148
—角 chord angle .....	150

軸測投影 axonometric projection .....	157
軸(方向)力図 axial force diagram, AFD .....	92
軸要素(ピボット) pivot .....	33
柔性 flexibility .....	21
柔性(たわみ性)法 flexibility method .....	21
柔性(たわみ性)マトリックス flexibility matrix ....	108
垂直力 normal force, vertical force .....	13
垂直応力 normal stress .....	13
図心 centroid .....	69
スパン span .....	65
正則 regular .....	29
静定 statically determinate .....	18
—構造物 statically determinate structure .....	18
接合部 joint, connection .....	16
接合剛性係数 coefficient of joint stiffness .....	109
—の推算(評価) .....	289
節点 node .....	16
一角 slope .....	74
—荷重 nodal load .....	23
—変位 nodal displacement .....	23
絶対座標系 global coordinate system .....	21
線形 linear .....	201
せん断 shear .....	13
—応力 shearing stress .....	13
—弾性係数(率) modulus of rigidity, shear modulus .....	15
—ひずみ shearing strain .....	15
—力 shearing force .....	13
—力図 shearing force diagram, SFD .....	67
前進法(前進消去) forward substitution (elimination) .....	33
全塑性モーメント fully plastic moment .....	233
全体剛性マトリックス overall(total) stiffness matrix .....	28
全体剛性方程式 overall(total) stiffness equation ...	28
全体座標系 overall coordinate system .....	21
塑性域 plastic region .....	231
—流れ(流動) plastic flow .....	231
—断面係数 plastic section modulus .....	233
—ヒンジ plastic hinge .....	233
反り(ゆがみ) warping .....	128
増分 increment .....	203
増分解析 increment analysis .....	203
弹性域 elastic region における— .....	237
塑性域 plastic region における— .....	238

## タ行

対角要素(対角成分) diagonal element .....	241
—マトリックス diagonal matrix .....	109
対称マトリックス symmetric matrix .....	26
縦ひずみ longitudinal strain .....	14
たわみ deflection .....	71
一角 slope, deflection angle .....	71
一角法 slope-deflection method .....	78
一曲線 deflection curve .....	71
たわみ性マトリックス flexibility matrix .....	108
単位マトリックス unit matrix .....	24
単精度(浮動小数点型) Single .....	40
単純はり simple beam .....	67
端末条件係数 coefficient of fixity, flexity coefficient .....	199
弹性域 elastic region .....	231
弹性係数(率) modulus of elasticity .....	11
弾塑性拳動 elastoplastic behavior .....	231
—解析 elastoplastic(elastic-plastic) analysis ..	231
—骨組構造解析 structural analysis of elastoplastic frames .....	233
断面 section .....	12
—一次モーメント geometrical moment of area ..	69
—係数 section modulus .....	70
—相乗モーメント product of inertia of area ..	147
—二次極モーメント polar moment of inertia of area .....	127
—二次半径 radius of gyration of area .....	194
—二次モーメント geometrical moment of inertia .....	70
—力 section force .....	12
力 force .....	11
逐次補正 successive correction .....	211
—近似 successive approximation .....	211
縮み率 extension .....	156
中空丸棒 hollow circular shaft .....	127
中立軸 neutral axis .....	68
中実丸棒 solid circular shaft .....	125
直交異方性体 orthotropic body .....	128
直投影(図) right projection .....	125, 154
適合条件 compatibility condition .....	28
転置マトリックス transposed matrix .....	24
等測投影 isometric projection .....	157
等方性体 isotropic body .....	128
特異 singular .....	29

トラス truss .....	17
<b>ナ 行</b>	
内力 inner force .....	12
2軸測投影 dimetric projection .....	157
ニュートン-ラブソン法 Newton-Raphson method .....	204
ねじり torsion, twist .....	125
一角 angle of torsion .....	126
一剛性 torsional rigidity .....	128
一定数 torsional constant .....	129
一断面係数 torsional section modulus .....	128
一モーメント torsional moment, torque .....	125
一モーメント図 torsional moment diagram, TMD .....	174
一率 angle of torsion per unit length .....	127
<b>ハ 行</b>	
倍精度(浮動小数点型) Double .....	40
掃き出し法 sweep-out method .....	33
柱 column .....	191
はり(梁) beam .....	15
バリエント型 Variant .....	40
反曲点 inflection point .....	91
半剛節 semi-rigid joint .....	105
一平面骨組(ラーメン) semi-rigid jointed frame .....	105
一立体骨組 space semi-rigid jointed frame .....	125
反復法 iteration(iterative method) .....	35, 36
反力 reaction .....	15
非線形 nonlinear .....	201
比ねじり角 specific angle of torsion .....	127
ヒンジ支点 hinged joint, pin, hinge, pin support .....	17
フックの法則 Hooke's law .....	11
部材 member .....	16
一角 joint translation angle, slope angle .....	77
一の分割数 number of dividing .....	94
一座標系 member(local) coordinates system .....	21
不安定な unstable .....	18
不静定な statically indeterminate .....	18
一構造物 statically indeterminate structure .....	18
プログラム program .....	37
一の実行 execution .....	40
分岐点 bifurcation point .....	193
分岐荷重 bifurcation load .....	193

一モード bifurcation mode .....	193
<b>マ 行</b>	
平衡法 equilibrium method .....	194
一条件式 equilibrium equations .....	106
一マトリックス equilibrium matrix .....	106
平面	
一骨組 plane frame .....	65
一トラス plane truss .....	21
一ラーメン plane rahmen .....	65
ペルヌーイ-オイラーの仮定 Bernoulli-Euler's assumption .....	68
変位 displacement .....	22
変位ベクトル displacement vector .....	23
変曲点(反曲点) point of inflection .....	91
変形 deformation .....	11
変数 variable .....	43
一の型宣言 declaration .....	39, 213
一の共通領域 .....	40
一の宣言を強制する .....	213
偏心法 imperfection method .....	194
一荷重 eccentric load .....	194
棒の曲げ bending of a bar .....	67
崩壊 collapse .....	232
一荷重 collapse load .....	232
一機構(崩壊メカニズム) collapse mechanism .....	232
一機構図 collapse mechanism diagram, CMD .....	244, 282
一の判定 .....	239
骨組 frame .....	16
一構造 frame structure .....	16
ボアソン比 Poisson's ratio .....	14
方向余弦 direction cosine .....	26, 149
細長比 slenderness ratio .....	194
<b>マ 行</b>	
曲げ応力 bending stress .....	68
マトリックス(行列) matrix .....	18
一法 matrix method .....	18, 29
曲げ剛性 flexural rigidity .....	70
曲げモーメント bending moment .....	67
曲げモーメント図 bending moment diagram, BMD .....	67
メインプログラム main program .....	40
面積モーメント moment of area .....	69, 76
一法 area moment method .....	76

- モーメント moment ..... 14  
モールの慣性円 Mohr's circle for inertia ..... 149

## ヤ 行

- ヤコービ法 Jacobi method ..... 36  
ヤング率(係数) Young's modulus ..... 11

- 有効細長比 effective slenderness ratio ..... 199  
有効長さ reduced length, effective length ..... 199

- 余因数 cofactor ..... 305  
横ひずみ lateral strain ..... 14

## ラ 行

- ラーメン rahmen, frame ..... 17

- 立体骨組(ラーメン) space frame, solid rahmen .. 121

- ローカル変数 local variables ..... 43, 86

**著者紹介：**

Takemura Tomio  
竹 村 富 男

**《略歴》**

- |       |   |
|-------|---|
| 1930年 | 兵庫県生まれ                                  |
| 1953年 | 鳥取大学農学部林学科卒業                            |
| 1957年 | 京都大学大学院農学研究科修士課程修了、農学博士<br>(京都大学、1966)  |
| 1957年 | 島根農科大学農学部助手就任、その後同大学・京都<br>大学講師         |
|       | 東京農工大学・名古屋大学助教授                         |
| 1976年 | 名古屋大学教授、同退職(1944)                       |
| 1994年 | 名古屋大学名誉教授、現在に至る。その間2年間、<br>福井工業大学教授(客員) |
| 専 攻   | 生物材料工学(主として木材物理、木質構造分野)                 |

**《著書》**

- |      |                |      |       |
|------|----------------|------|-------|
| 分担執筆 | 『木材の事典』        | 朝倉書店 | 1982年 |
| 共 著  | 『木材の物理』        | 文永堂  | 1985年 |
| 分担執筆 | 『新編 木材工学』      | 養賢堂  | 1985年 |
| 分担執筆 | 『木質環境の科学』      | 海青社  | 1987年 |
| 分担執筆 | 『木材居住環境ハンドブック』 | 朝倉書店 | 1995年 |

英文タイトル

**Structural Mechanics for Biophysics and Architecture  
Structural Analysis and Programming in Excel**

せいぶつけいのための こうぞうりきがく  
**生物系のための 構造力学**  
構造解析とExcelプログラミング

発行日 ————— 2009年3月15日 初版第1刷

定 價 ————— カバーに表示しております

著 者 ————— 竹 村 富 男 ©

発行者 ————— 宮 内 久



**海 青 社**  
Kaiseisha Press

〒520-0112 大津市日吉台2丁目16-4  
Tel. (077)577-2677 Fax. (077)577-2688  
<http://www.kaiseisha-press.ne.jp>  
郵便振替 01090-1-17991

● Copyright © 2009 T. Takemura ● ISBN978-4-86099-243-9 C3052  
● 亂丁落丁はお取り替えいたします ● Printed in JAPAN

\* 本書の中では「Microsoft® Excel」のことをExcelまたはエクセルと表記しています。  
Windows 98, Windows XPは米国 Microsoft Corporation の登録商標です。